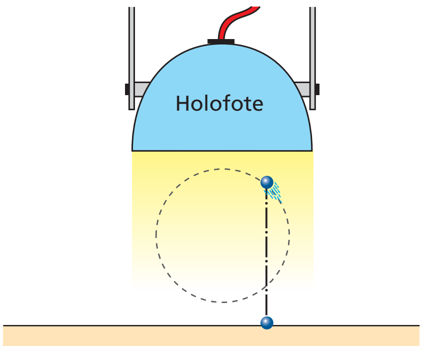
Parte II – ONDULATÓRIA

Tópico 1

1 Um holofote emite um feixe cilíndrico e vertical de luz dirigido contra o solo, plano e horizontal. Uma pequena esfera opaca executa movimento circular e uniforme no interior desse feixe. A trajetória da esfera está contida num plano vertical.



Analise as afirmações a seguir:

I. O movimento da sombra projetada pela esfera é periódico e oscilatório.
II. O movimento da sombra tem o mesmo período do movimento da esfera.
III. Enquanto a esfera descreve uma semicircunferência, a sombra completa uma oscilação.
IV. A amplitude do movimento da sombra é igual ao diâmetro da circunferência descrita pela esfera.
V. O movimento da sombra é harmônico simples.

Indique a alternativa verdadeira.

a) Se apenas I e V forem corretas.
b) Se apenas I, II, IV e V forem corretas.
c) Se apenas I, II e V forem corretas.
d) Se apenas V for correta.
e) Se todas forem corretas.

Resposta: c

2 (ITA-SP) Uma nave espacial está circundando a Lua em uma órbita circular de raio **R** e período **T**. O plano da órbita dessa nave é o mesmo que o plano da órbita da Lua ao redor da Terra.

Nesse caso, para um observador terrestre, se ele pudesse enxergar a nave (durante todo o tempo), o movimento dela, em relação à Lua, pareceria:

a) um movimento circular uniforme de raio **R** e período **T**;
b) um movimento elíptico;
c) um movimento periódico de período 2**T**;
d) um movimento harmônico simples de amplitude **R**;
e) diferente dos citados acima.

Resposta: d

3 E.R. Uma partícula move-se ao longo de um eixo Ox, obedecendo à função $x = 2 \cos \pi t$ (SI), em que **x** é a elongação e **t** é o tempo. Obtenha:

a) a amplitude, a pulsação, o período, a frequência e a fase inicial do movimento;
b) os valores máximos da velocidade escalar e da aceleração escalar da partícula;
c) o gráfico da elongação em função do tempo, no intervalo de t = 0 a t = 2 s.

Resolução:

a) Temos:

$x = 2 \cos \pi t$ e $x = A \cos (\omega t + \varphi_0)$

Comparando essas expressões, termo a termo, vem:

$$\boxed{A = 2\ \text{m}} \text{ (amplitude)}$$

$$\boxed{\omega = \pi\ \text{rad/s}} \text{ (pulsação)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 2\ \text{s}} \text{ (período)}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5\ \text{Hz}} \text{ (frequência)}$$

$$\boxed{\varphi_0 = 0} \text{ (fase inicial)}$$

b) Temos:

$$v_{máx} = \omega A \text{ e } \alpha_{máx} = \omega^2 A$$

Então:

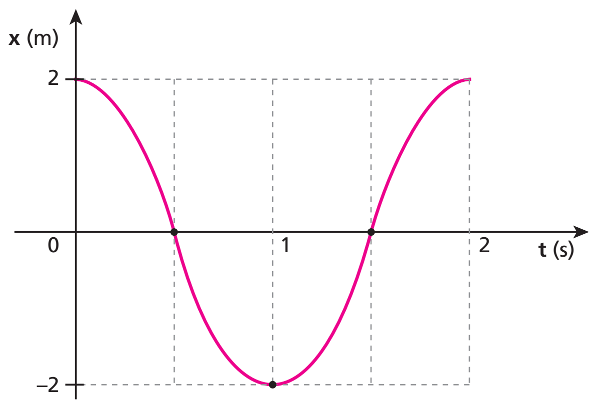
$$v_{máx} = \pi \cdot 2 \Rightarrow \boxed{v_{máx} = 2\pi\ \text{m/s}}$$

$$\alpha_{máx} = \pi^2 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{\alpha_{máx} = 2\pi^2\ \text{m/s}^2}$$

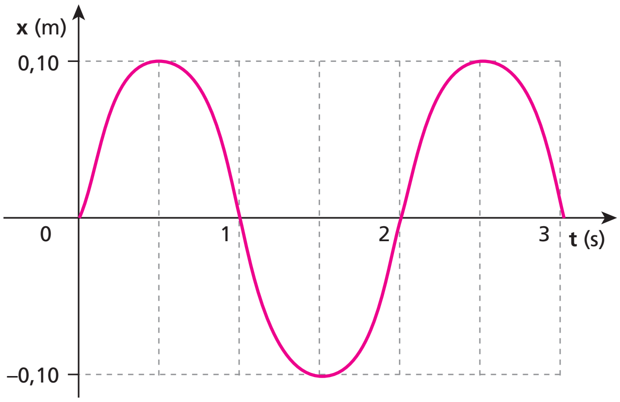
c) Vamos calcular a elongação nos instantes t = 0, t = 0,5 s, t = 1 s, t = 1,5 s e t = 2 s:

$t = 0 \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0) \Rightarrow x = 2$ m
$t = 0{,}5$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0{,}5) \Rightarrow x = 0$
$t = 1$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1) \Rightarrow x = -2$ m
$t = 1{,}5$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1{,}5) \Rightarrow x = 0$
$t = 2$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 2) \Rightarrow x = 2$ m

Agora, vamos construir o gráfico pedido:



4 (Vunesp-SP) A partir do gráfico a seguir, que representa as posições ocupadas por um móvel em função do tempo quando oscila em movimento harmônico simples, determine:



a) a frequência e a amplitude do movimento;
b) os instantes, durante os três primeiros segundos, em que a velocidade se anulou.

Resolução:
a) Do gráfico:

$\boxed{A = 0{,}10\ m}$

$T = 2\ s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5\ Hz}$

b) $v = 0$ em $x = \pm A$:

$\boxed{0{,}5\ s;\ 1{,}5\ s;\ 2{,}5\ s}$

Respostas: a) 0,5 Hz, 0,10 m; b) 0,5 s, 1,5 s, 2,5 s

5 (Mack-SP) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples segundo a equação $x = 0{,}3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot t\right)$, no SI. O módulo da máxima velocidade atingida por esta partícula é:
a) $\frac{\pi}{3}$ m/s.
b) $0{,}2 \cdot \pi$ m/s.
c) 0,6 m/s.
d) $0{,}1 \cdot \pi$ m/s.
e) 0,3 m/s.

Resolução:
Da equação dada : $A = 0{,}3$ m e $\omega = 2$ rad/s

$v_{máx} = \omega\ A = 2 \cdot 0{,}3 \Rightarrow \boxed{v_{máx} = 0{,}6\ m/s}$

Resposta: c

6 (UFPB) Um oscilador harmônico simples desloca-se entre os pontos **A** e **B**, conforme a figura abaixo:

O oscilador passa pelo ponto **O**, equidistante dos pontos **A** e **B**, com velocidade de 3,0 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração do oscilador nos pontos **A** e **B** é $3{,}6 \cdot 10^4$ m/s² e considerando $\pi = 3$, determine, em kHz, a frequência de seu movimento.

Resolução:
• $v_{máx} = 3{,}0$ m/s e $\alpha_{máx} = 3{,}6 \cdot 10^4$ m/s²

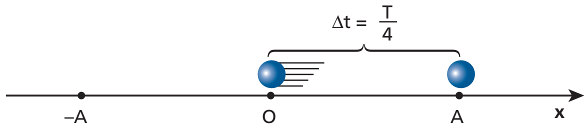
• $\left.\begin{matrix}\alpha_{máx} = \omega^2 A \\ v_{máx} = \omega A\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\alpha_{máx}}{v_{máx}} = \omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{3{,}6 \cdot 10^4}{3{,}0} = 2 \cdot 3 \cdot f$

$\boxed{f = 2 \cdot 10^3\ Hz = 2\ kHz}$

Resposta: 2 kHz

7 (Mack-SP) Uma partícula realiza um MHS (movimento harmônico simples) segundo a equação $x = 0{,}2\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}t\right)$, no SI. A partir da posição de elongação máxima, o menor tempo que esta partícula gastará para passar pela posição de equilíbrio é:
a) 8 s.
b) 4 s.
c) 2 s.
d) 1 s.
e) 0,5 s.

Resolução:



$\Delta t = \frac{T}{4}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$

Portanto: $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{4}{4} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1\ s}$

Resposta: d

8 Uma partícula move-se obedecendo à função horária $x = 2\cos\left(4\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$, com **x** em metros e **t** em segundos.
Determine:
a) o período do movimento;
b) a velocidade escalar da partícula em t = 1 s;
c) a aceleração escalar da partícula em t = 5 s.

Resolução:
a) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}5\ s}$

b) $v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

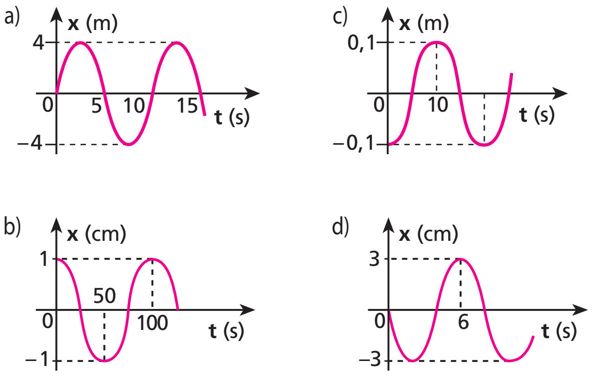
$v = -4\pi \cdot 2 \operatorname{sen}\left(4\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \boxed{v = -8\pi\ m/s}$

c) $\alpha = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0)$

$\alpha = -16\pi^2 \cdot 2 \cdot \cos\left(4\pi \cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) = -16\pi^2 \cdot 2 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$

Respostas: a) 0,5 s; b) – 8 π m/s; c) zero

9 **E.R.** Observe as quatro representações gráficas da elongação em função do tempo, para movimentos harmônicos simples:
Em cada caso, expresse analiticamente a elongação em função do tempo [x = f(t)].



Resolução:

a) Do gráfico, temos:

$A = 4\text{ m}$

$T = 10\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{5}\text{ rad/s}$

Em t = 0, a elongação **x** é **nula** e **crescente**. Por isso,

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\text{ rad.}$

Lembrando que $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$, obtemos:

$$\boxed{x = 4\cos\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{3\pi}{2}\right)}\ \text{(SI)}$$

b) Do gráfico, temos:

$A = 1\text{ cm}$

$T = 100\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{100} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{50}\text{ rad/s}$

Em t = 0, a elongação **x** é igual à amplitude **A**. Por isso, $\varphi_0 = 0$.

Então:

$$\boxed{x = 1\cos\frac{\pi}{50}t}$$ (**x** em cm e **t** em s)

c) Do gráfico, temos:

$A = 0{,}1\text{ m}$

$T = 20\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{10}\text{ rad/s}$

Em t = 0, temos x = –A. Por isso, $\varphi_0 = \pi$ rad.

Assim, temos:

$$\boxed{x = 0{,}1\cos\left(\frac{\pi}{10}t + \pi\right)}\ \text{(SI)}$$

d) Do gráfico, temos:

$A = 3\text{ cm}$

$T = 8\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{4}\text{ rad/s}$

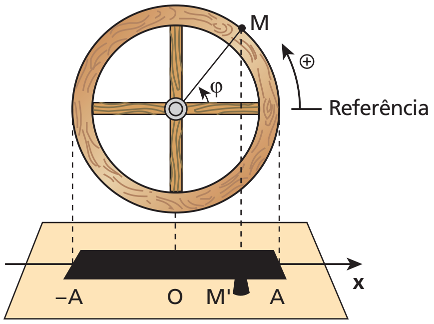
Em t = 0, a elongação **x** é **nula** e **decrescente**. Por isso,

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{ rad.}$

Obtemos, então:

$$\boxed{x = 3\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)}$$ (**x** em cm e **t** em s)

10 Uma roda munida de uma manivela **M** é iluminada pela luz do Sol a pino, projetando sombra em solo plano e horizontal. A roda executa movimento de rotação uniforme no sentido anti-horário em relação ao leitor, com frequência igual a 120 rpm. O raio da roda vale 0,5 m.



Determine a função horária da elongação correspondente ao movimento da sombra M' da manivela ao longo do eixo Ox nos seguintes casos:

a) no instante t = 0, M' está em x = A;
b) no instante t = 0, M' ≡ O e o movimento de M' é retrógrado;
c) em t = 0, M' está no ponto médio entre x = O e x = A, em movimento progressivo.

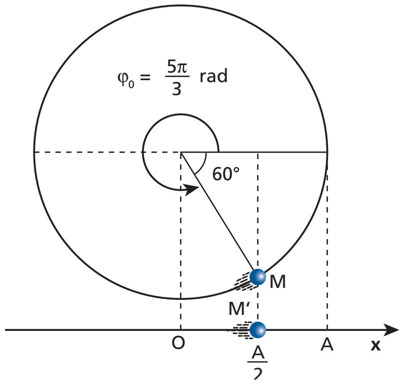
Resolução:

- $f = 120\text{ rpm} = 2\text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 4\pi\text{ rad/s}$
- $A = 0{,}5\text{ m}$
- $x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0{,}5\cos(4\pi t + \varphi_0)$

a) $\varphi_0 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}5\cos 4\pi t}$ (SI)

b) $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{ rad} \Rightarrow \boxed{x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$ (SI)

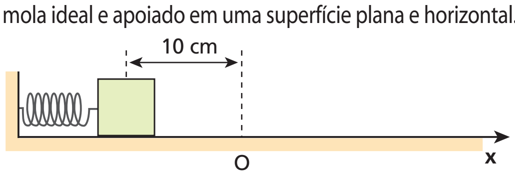
c)



$$\boxed{x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{5\pi}{3}\right)}\ \text{(SI)}$$

Respostas: a) $x = 0{,}5\cos 4\pi t$; b) $x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$;
c) $x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{5\pi}{3}\right)$

11 A figura abaixo representa um corpo mantido em repouso, preso a uma mola ideal e apoiado em uma superfície plana e horizontal.



A mola está comprimida de 10 cm.

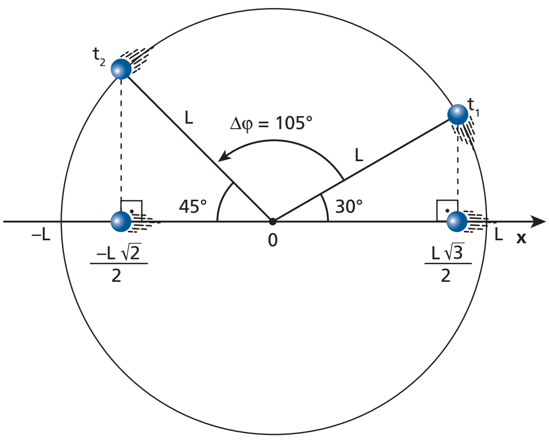
No instante $t = 0$, o corpo é abandonado e passa a realizar um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio **O**, que é a origem do eixo Ox, completando duas oscilações por segundo.
A função horária da velocidade escalar (**v**) desse corpo, no SI, é:
a) $v = -0{,}8\pi \cos(4\pi t + \pi)$.
b) $v = -0{,}4\pi \cos(4\pi t)$.
c) $v = -0{,}8\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$.
d) $v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$.
e) $v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t)$.

Resolução:
$v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$
• $A = 10\text{ cm} = 0{,}1\text{ m}$
• $f = 2\text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi\ 2 \Rightarrow \omega = 4\pi\text{ rad/s}$
• $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$
Em $t = 0$, $x = -A$: $-A = A\cos\varphi_0 \Rightarrow \cos\varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \pi\text{ rad}$
Portanto:
$v = -4\pi \cdot 0{,}1\ \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$
$\boxed{v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)}$

Resposta: d

12 (ITA-SP) Uma partícula em movimento harmônico simples oscila com frequência de 10 Hz entre os pontos **L** e **–L** de uma reta. No instante t_1, a partícula está no ponto $\sqrt{3}\,\frac{L}{2}$, caminhando em direção a valores inferiores, e atinge o ponto $-\sqrt{2}\,\frac{L}{2}$ no instante t_2. O tempo gasto nesse deslocamento é:
a) 0,021 s.
b) 0,029 s.
c) 0,15 s.
d) 0,21 s.
e) 0,29 s.

Resolução:



$$\left.\begin{array}{l} 180° \rightarrow \pi\text{ rad} \\ 105° \rightarrow \Delta\varphi \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi\ \frac{105}{180}\text{ rad}$$

$\omega = 2\pi f = 2\pi\ 10 \Rightarrow \omega = 20\pi\text{ rad/s}$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$$

$$\Delta t = \frac{\pi\ \frac{105}{180}}{20\pi} = \frac{1}{20} \cdot \frac{105}{180} = \frac{7}{240} \Rightarrow \Delta t \simeq 0{,}029\text{ s}$$

Resposta: b

13 Uma partícula executa MHS de frequência igual a 2 Hz e amplitude igual a 5 m. Calcule:
a) a velocidade escalar da partícula, quando ela está a 4 m do ponto de equilíbrio;
b) a aceleração escalar da partícula nos extremos da trajetória.

Resolução:
• $f = 2\text{ Hz} \Rightarrow \omega = 4\pi\text{ rad/s}$
• $A = 5\text{ m}$
a) $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$, em que $x = \pm 4\text{ m}$:
$v^2 = 16\pi^2(5^2 - 4^2) \Rightarrow \boxed{v = \pm 12\pi\text{ m/s}}$
b) $\alpha = \pm\omega^2 A = \pm 16\pi^2 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{\alpha = \pm 80\pi^2\text{ m/s}^2}$

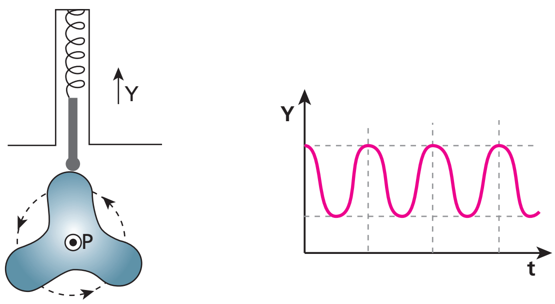
Respostas: a) $\pm 12\pi$ m/s; b) $\pm 80\pi^2$ m/s².

14 (UFPI) Uma partícula executa um movimento harmônico simples na direção **X**, em torno do ponto X = 0, com frequência angular $\omega = 1$ rad/s. Em um dado instante **t**, observa-se que a posição da partícula é X = 3 metros e sua velocidade é $v_x = -4$ m/s. A amplitude do movimento dessa partícula, em metros, vale:
a) 3,5. b) 4,0. c) 4,5. d) 5,0. e) 5,5.

Resolução:
$\omega = 1\text{ rad/s}$; $x = 3\text{ m}$; $v = -4\text{ m/s}$
$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$
$(-4)^2 = 1^2(A^2 - 3^2) \Rightarrow 16 = A^2 - 9$
$A^2 = 25 \Rightarrow \boxed{A = 5\text{ m}}$

Resposta: d

15 (Fuvest-SP) Uma peça, com a forma indicada, gira em torno de um eixo horizontal **P**, com velocidade angular constante e igual a π rad/s. Uma mola mantém uma haste apoiada sobre a peça, podendo a haste mover-se **apenas** na vertical. A forma da peça é tal que, enquanto ela gira, a extremidade da haste sobe e desce, descrevendo, com o passar do tempo, um movimento harmônico simples **Y**(t) como indicado no gráfico. Assim, a frequência do movimento da extremidade da haste será de:



a) 3,0 Hz b) 1,5 Hz c) 1,0 Hz d) 0,75 Hz e) 0,5 Hz

Resolução:
Enquanto a peça completa uma volta, a haste realiza três oscilações. Portanto, a frequência do movimento da haste (f_H) é o triplo da frequência do movimento da peça (f_P):
$f_H = 3f_P$
• $\omega_P = 2\pi f_P \Rightarrow \pi = 2\pi f_P \Rightarrow f_P = 0{,}5\text{ Hz}$
• $f_H = 3f_P = 3 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{f_H = 1{,}5\text{ Hz}}$

Resposta: b

16 (UFG-GO) Os gráficos **A**, **B**, **C** abaixo representam, em ordem aleatória, a posição (em m), a velocidade (em m/s) e a aceleração (em m/s²), em função do tempo (em s), de um corpo executando um movimento harmônico simples, sob a ação de uma força do tipo $F = -k\,x$.

Gráfico **A**

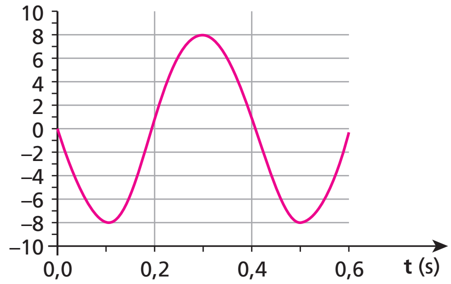


Gráfico **B**

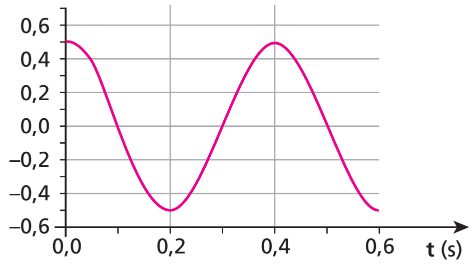
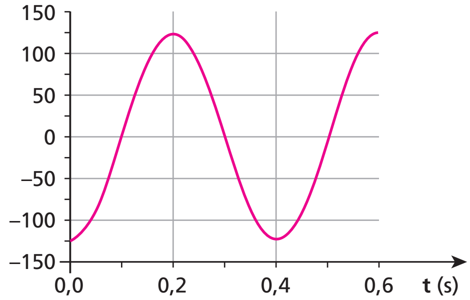


Gráfico **C**



Com base nos gráficos **A**, **B** e **C**:

a) identifique qual deles se refere à posição, à velocidade e à aceleração. Justifique sua resposta.

b) determine o deslocamento máximo do corpo em relação à origem (amplitude) e a frequência desse movimento.

Resolução:

a) Sendo **A** a amplitude do MHS, em $x = -A$ devemos ter velocidade escalar nula e aceleração escalar máxima.
Portanto, o gráfico **B** refere-se à posição, o gráfico **A** refere-se à velocidade, e o gráfico **C**, à aceleração.

b) Do gráfico **B**, temos:

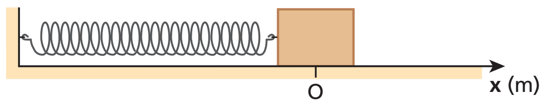
$$\boxed{A = 0{,}5\text{ m}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}4} \Rightarrow \boxed{f = 2{,}5\text{ Hz}}$$

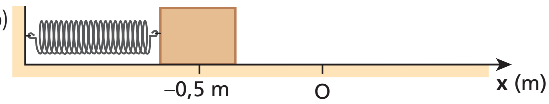
Respostas: a) B: posição, A: velocidade, C: aceleração; b) amplitude: 0,5 m, frequência: 2,5 Hz

17 **E.R.** Um bloco com 4 kg de massa está em repouso apoiado num plano horizontal sem atrito, preso a uma mola ideal de constante elástica 400 N/m (figura **a**). Quando o bloco é afastado 0,5 m de sua posição inicial e abandonado, ele oscila em movimento harmônico simples (figura **b**).

a)



b)



Determine:

a) o período do movimento do bloco;

b) a energia mecânica do sistema massa-mola;

c) a representação gráfica do valor algébrico da força resultante, em função da elongação;

d) a representação gráfica da energia potencial e da energia cinética, em função da elongação.

Resolução:

a) O período é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Sendo m = 4 kg e K = 400 N/m, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{400}} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}2\pi\text{ s}}$$

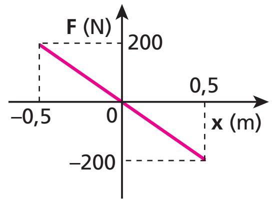
b) A energia mecânica do sistema é dada por:

$$E_m = \frac{K\,A^2}{2}$$

Sendo K = 400 N/m e a amplitude A = 0,5 m, temos:

$$E_m = \frac{400 \cdot 0{,}5^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_m = 50\text{ J}}$$

c) O valor algébrico da força resultante é dado por:



$F = -K\,x \Rightarrow F = -400x$ (SI)

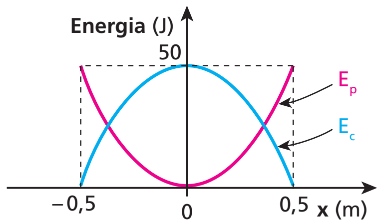
d) A energia potencial é dada por:

$$E_p = \frac{K\,x^2}{2} \Rightarrow E_p = 200x^2 \quad \text{(SI)}$$

A energia cinética é dada por:

$$E_c = E_m - E_p \Rightarrow E_c = 50 - 200x^2 \quad \text{(SI)}$$

Representando graficamente, obtemos:



18 (UFMS) Uma partícula executa um movimento harmônico simples ao longo do eixo **x** e em torno da origem **O**. Sua amplitude é **A** e seu período é 4,0 s. É correto afirmar:
(01) A velocidade da partícula é nula quando $x = \pm A$.
(02) A frequência do movimento é 0,25 Hz.
(04) A aceleração da partícula é nula quando $x = \pm A$.
(08) A energia cinética da partícula no ponto $x = O$ é nula.
(16) A energia mecânica total da partícula é igual à sua energia potencial quando $x = \pm A$.
(32) O módulo da força resultante na partícula é proporcional ao módulo de seu deslocamento em relação à origem.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
As afirmações corretas são 01, 02, 16 e 32.
Portanto, a resposta é 51.

Resposta: 51

19 O sistema representado na figura 1 oscila com frequência f_1, verticalmente:

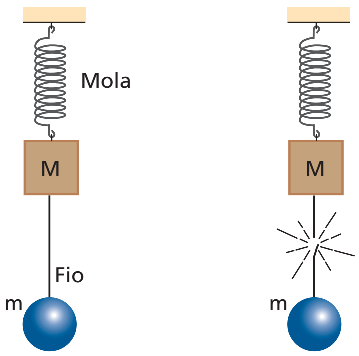


Figura 1 Figura 2

Se o fio for cortado como mostra a figura 2, o corpo de massa **M** passará a oscilar verticalmente com frequência f_2 igual a f_1, maior que f_1 ou menor que f_1?

Resolução:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Como a massa do oscilador diminuiu, a frequência aumentou.

$$\boxed{f_2 > f_1}$$

Resposta: Maior.

20 Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente sob a ação da gravidade terrestre. Se esse sistema for transportado para a superfície da Lua, onde o módulo do campo gravitacional é cerca de $\frac{1}{6}$ do terrestre, o que ocorrerá com o período das oscilações verticais desse sistema?

Resposta: Permanecerá o mesmo.

21 Deixa-se o quilograma-padrão (1,0 kg) oscilar livremente na extremidade de uma mola ideal, sendo que ele o faz com frequência igual a 1,0 Hz. Em seguida, retira-se o quilograma-padrão e coloca-se, em seu lugar, um corpo de massa desconhecida **m**, que oscila com frequência igual a 0,50 Hz. Determine a massa **m**.

Resolução:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \left\{ \begin{array}{l} 1{,}0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K}{1{,}0}} \\ 0{,}50 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K}{m}} \end{array} \right. \overset{\div}{\Rightarrow} 2{,}0 = \sqrt{\frac{m}{1{,}0}} \Rightarrow \boxed{m = 4{,}0 \text{ kg}}$$

Resposta: 4,0 kg

22 Considere um pêndulo simples que realiza oscilações de pequenas amplitudes. É correto afirmar que seu período:
(01) depende da massa pendular.
(02) depende de seu comprimento.
(04) depende da intensidade do campo gravitacional local.
(08) depende da amplitude das oscilações.
(16) duplica quando seu comprimento é quadruplicado.
(32) reduz-se à metade ao submeter-se a um campo gravitacional de intensidade quadruplicada.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
As afirmações corretas são: 02, 04, 16 e 32.
Portanto, a resposta é 54.

Resposta: 54

23 E.R. Calcule o período de oscilação de um pêndulo simples com 1,6 m de comprimento, que executa pequenas oscilações num local onde $g = 10 \text{ m/s}^2$. Despreze influências do ar e considere π igual a 3.

Resolução:
O período pedido é calculado pela expressão:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

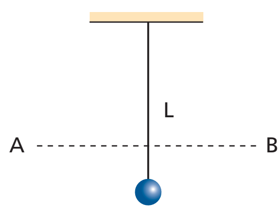
Temos:

$$\pi = 3$$
$$\ell = 1{,}6 \text{ m}$$
$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Então:

$$T = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{1{,}6}{10}} \Rightarrow \boxed{T = 2{,}4 \text{ s}}$$

24 (Ufal) O corpo suspenso do pêndulo da figura oscila entre os pontos **A** e **B**. Iniciando o movimento a partir de **A**, contou-se que, em 1 minuto, o corpo suspenso atingiu **B** e voltou a **A** trinta vezes.



a) Calcule o período do pêndulo, em segundos, e o valor de sua frequência, em hertz.
b) É possível que o comprimento desse pêndulo (**L**) seja igual a 2,0 m? Por quê? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Resolução:

a) O intervalo de tempo de 1 min (60 s) corresponde a 30 períodos do pêndulo (30 T):

$$30\,T = 60 \Rightarrow \boxed{T = 2\text{ s}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5\text{ Hz}}$$

b) Não

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{g\,T^2}{4\,\pi^2} \simeq \frac{10 \cdot 2^2}{4 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{L \simeq 1}$$

Respostas: a) T = 2 s e f = 0,5 Hz; b) Não, porque o comprimento do pêndulo precisa ser aproximadamente 1 m para seu período ser igual a 2 s.

25 Num experimento com um pêndulo simples de 120 cm de comprimento, foi cronometrado o intervalo de tempo decorrido durante 20 oscilações, obtendo-se 44,0 s. Calcule a intensidade **g** da aceleração da gravidade no local da experiência. Use $\pi = 3{,}14$.

Resolução:

• $20\,T = 44{,}0 \Rightarrow T = 2{,}2\text{ s}$

• $l = 1{,}2\text{ m}$

• $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\,\pi^2\,l}{T^2} = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 1{,}2}{2{,}2^2} \Rightarrow \boxed{g = 9{,}78\text{ m/s}^2}$

Resposta: 9,78 m/s²

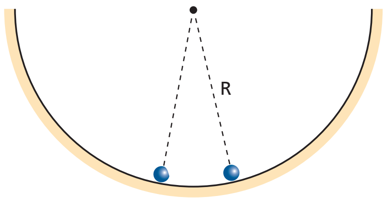
26 Uma pequena esfera metálica realiza oscilações de pequena amplitude e período igual a 1,2 s num recipiente hemisférico praticamente sem atrito e de raio **R**. Considerando $g = 10\text{ m/s}^2$ e $\pi = 3$, calcule **R**.

Resolução:

$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

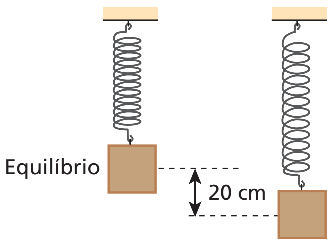
$$1{,}2 = 2 \cdot 3\sqrt{\frac{R}{10}}$$

$$\boxed{R = 0{,}4\text{ m}}$$



Resposta: 0,4 m

27 A figura mostra um bloco com 4 kg de massa, preso na extremidade de uma mola ideal. Se o bloco for puxado 20 cm para baixo da posição de equilíbrio e abandonado em seguida, ele oscilará com frequência de 5 Hz.



Despreze influências do ar e considere $g = 10\text{ m/s}^2$ e $\pi^2 = 10$. Analise as afirmações a seguir:

I. A amplitude do movimento oscilatório do bloco é 20 cm.
II. O período do movimento oscilatório é 0,2 s.
III. A força resultante sobre o bloco na posição de equilíbrio vale zero.
IV. A força elástica sobre o bloco na posição de equilíbrio vale 40 N.
V. Nos pontos de inversão, a força resultante sobre o bloco vale 800 N.

São corretas:

a) todas as afirmações.
b) apenas I e III.
c) apenas II, III e IV.
d) apenas II, III e V.
e) apenas III, IV e V.

Resolução:

I) Correta (A = 20 cm).

II) Correta.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}2\text{ s}}$$

III) Correta.

IV) Correta.

Na posição de equilíbrio:

$$F_{elástica} = P \Rightarrow \boxed{F_{elástica} = 40\text{ N}}$$

V) Correta.

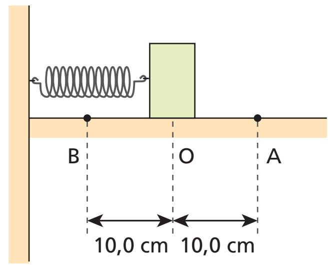
A força resultante sobre o bloco é dada por $F = -K\,x$. Nos pontos de inversão:

$$|F| = K\,A = m\,\omega^2\,A = m \cdot 4\,\pi^2\,f^2\,A$$

$$|F| = 4 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 0{,}2 \Rightarrow \boxed{|F| = 800\text{ N}}$$

Resposta: a

28 (Mack-SP) Um corpo de 250 g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica **k** igual a 100 N/m, como mostra a figura a seguir. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo, até o ponto **A**, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0 s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto **A**:



a) uma vez.
b) duas vezes.
c) três vezes.
d) quatro vezes.
e) seis vezes.

Resolução:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}25}{100}} = 2\pi\,\frac{0{,}5}{10}$$

$$T \simeq 0{,}31\text{ s}$$

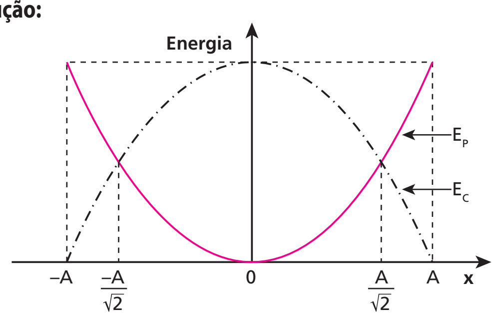
Em 0,31 s ⟶ 1 vez
Em 1,0 s ⟶ n vezes

$$n \simeq 3{,}2 \Rightarrow \boxed{3\text{ vezes}}$$

Resposta: c

29 Um corpo de massa **m**, preso a uma mola de constante elástica **K**, executa um movimento harmônico simples ao longo de um eixo horizontal Ox. As elongações do corpo variam de x = –A até x = A. Determine a elongação quando a energia cinética do bloco iguala-se à energia potencial elástica, indicando o resultado num gráfico dessas energias em função da posição.

Resolução:

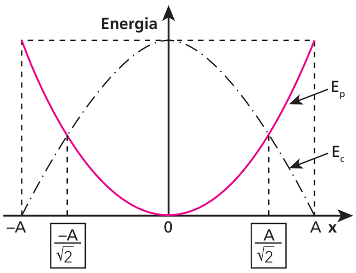


$E_m = E_p + E_c$

$\frac{K A^2}{2} = \frac{K x^2}{2} + \frac{K x^2}{2}$, pois $E_p = E_c$

$2x^2 = A^2 \Rightarrow \boxed{x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}}$

Resposta: $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$



30 (UFRGS-RS) Dois corpos de massas diferentes, cada um preso a uma mola distinta, executam movimentos harmônicos simples de mesma frequência e têm a mesma energia mecânica.
Nesse caso:
a) o corpo de menor massa oscila com menor período.
b) o corpo de menor massa oscila com maior período.
c) os corpos oscilam com amplitudes iguais.
d) o corpo de menor massa oscila com menor amplitude.
e) o corpo de menor massa oscila com maior amplitude.

Resolução:

- $$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} m_1 \\ K_1 \end{array}\right\} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_1}{m_1}} \\ \left.\begin{array}{l} m_2 \\ K_2 \end{array}\right\} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{K_1}{m_1} = \frac{K_2}{m_2} \quad \text{(I)}$$
- $E_{m_1} = E_{m_2}$

$$\frac{K_1 A_1^2}{2} = \frac{K_2 A_2^2}{2} \quad \text{(II)}$$

De (I): massa menor ⇒ **K** menor
De (II): **K** menor ⇒ **A** maior

Resposta: e

31 Um pêndulo simples realiza oscilações de pequena amplitude na superfície da Terra, com período igual a 2,0 s.
a) Se esse pêndulo realizasse oscilações de pequena amplitude na superfície da Lua, qual seria o seu período? Considere $g_{Lua} = \frac{1}{6} g_{Terra}$.
b) Esse pêndulo oscilaria se estivesse preso ao teto de um elevador em queda livre?

Resolução:

a)
$$\left.\begin{array}{l} T_T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_T}} \\ T_L = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_L}} \end{array}\right\} \overset{\div}{\Rightarrow} \frac{T_T}{T_L} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$T_L = \sqrt{6}\, T_T = \sqrt{6} \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{T_L = 4{,}9 \text{ s}}$

b) Não, porque, no interior de um elevador em queda livre, a gravidade **aparente** é nula.

Respostas: a) 4,9 s; b) não.

32 (UFRGS-RS) Um pêndulo foi construído com um fio leve e inextensível com 1,6 m de comprimento; uma das extremidades do fio foi fixada e na outra pendurou-se uma pequena esfera de chumbo cuja massa é de 60 g. Esse pêndulo foi colocado a oscilar no ar, com amplitude inicial de 12 cm. A frequência medida para esse pêndulo foi aproximadamente 0,39 Hz. Suponha agora que se possa variar a massa (**M**), a amplitude (**A**) e o comprimento do fio (**L**).
Qual das seguintes combinações dessas três grandezas permite, aproximadamente, a duplicação da frequência?
a) L = 6,4 m; A = 12 cm; M = 60 g.
b) L = 1,6 m; A = 6 cm; M = 60 g.
c) L = 0,4 m; A = 6 cm; M = 30 g.
d) L = 0,8 m; A = 12 cm; M = 60 g.
e) L = 1,6 m; A = 12 cm; M = 15 g.

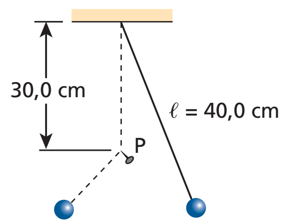
Resolução:
Para pequenas amplitudes, o período do pêndulo não depende da amplitude. Sabemos também que o período não depende da massa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Reduzindo o comprimento a $\frac{\ell}{4}$ (0,4 m), o período se reduz à metade e, consequentemente, a frequência dobra.

Resposta: c

33 (FCMSC-SP) A figura representa um pêndulo simples, de período igual a **T**. Colocando-se um prego (**P**) na posição indicada, o pêndulo, na máxima elongação para a esquerda, fica com a configuração indicada pela linha pontilhada, voltando depois à sua configuração inicial. Qual é o período de oscilação desse sistema?



Resolução:

- Quando o pêndulo não está encostado no prego, seu comprimento é: $\ell = 40{,}0$ cm (período **T**).
- Quando o fio encosta no prego, passamos a ter um pêndulo de comprimento $\ell' = 10{,}0$ cm (período T'). Como $\ell' = \frac{\ell}{4}$, então $T' = \frac{T}{2}$.
- O período de oscilação do sistema é T_S:

$$T_S = \frac{T}{2} + \frac{T'}{2} = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \Rightarrow \boxed{T_S = \frac{3T}{4}}$$

Resposta: $\frac{3T}{4}$

34 (Unicamp-SP) Um pêndulo simples, que executa um movimento harmônico simples num ambiente escuro, é iluminado por um holofote estroboscópico.

a) Sendo $\ell = 0{,}4$ m o comprimento do pêndulo, calcule a frequência de suas oscilações.

b) Qual deve ser a frequência máxima do estroboscópio para que esse pêndulo pareça estar parado na posição vertical? Considere $g = 10$ m/s^2.

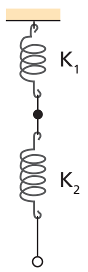
Resolução:

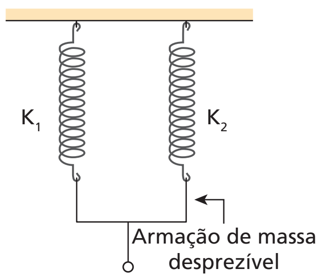
a) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10}{0{,}4}} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}8 \text{ Hz}}$

b) A frequência máxima corresponde ao caso em que o holofote lampeja toda vez que o pêndulo passa pela vertical. Assim, o holofote lampeja duas vezes durante uma oscilação do pêndulo. Por isso, sua frequência é o dobro da frequência do pêndulo, ou seja, 1,6 Hz.

Respostas: a) 0,8 Hz; b) 1,6 Hz

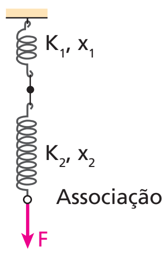
35 **E.R.** Determine a constante elástica equivalente às seguintes associações de molas ideais:

a) 

b) 

Resolução:

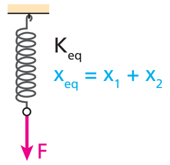
a) Temos, neste caso, o que costumamos chamar de molas associadas "em série". Aplicando uma força de intensidade **F** na extremidade da associação, as molas de constantes elásticas K_1 e K_2 sofrem deformações respectivamente iguais a x_1 e x_2, sendo que, para ambas, a força tensora vale **F**.



A constante elástica equivalente à associação corresponde à constante elástica de uma mola única, que, submetida à mesma força tensora, sofre a mesma deformação sofrida pela associação, ou seja, deforma-se:

$$x_{eq} = x_1 + x_2$$

Mola equivalente



Temos, então:

Na mola de constante K_1: $F = K_1\, x_1$ (I)

Na mola de constante K_2: $F = K_2\, x_2$ (II)

Na mola equivalente:

$$F = K_{eq}\, x_{eq} = K_{eq}(x_1 + x_2) \quad \text{(III)}$$

De (I) e (II), temos:

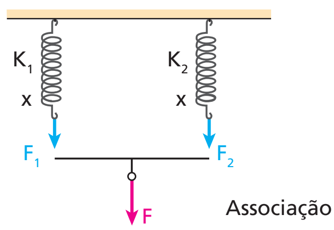
$$x_1 = \frac{F}{K_1} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{F}{K_2}$$

Introduzindo essas expressões em (III), temos:

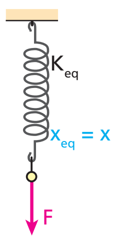
$$F = K_{eq}\left(\frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

ou $\boxed{K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}$

b) Agora, temos o que chamamos de molas associadas "em paralelo". Apliquemos uma força de intensidade **F** na extremidade da associação, de modo que as molas sofram a mesma deformação **x**:



A mola equivalente é aquela que, submetida à mesma força, sofre a mesma deformação que a associação.



Temos, então:

Na mola de constante K_1: $F_1 = K_1\, x$

Na mola de constante K_2: $F_2 = K_2\, x$

Mas:

$$F_1 + F_2 = F \Rightarrow F = (K_1 + K_2)x \quad \text{(I)}$$

Na mola equivalente: $F = K_{eq}\, x$ (II)

Comparando (I) e (II), obtemos:

$$\boxed{K_{eq} = K_1 + K_2}$$

36 A figura 1 representa um bloco em repouso, suspenso a uma mola de constante elástica K_1, deformada elasticamente de x_1. A mola é cortada ao meio e o mesmo corpo é suspenso às duas metades por meio de uma haste H, de massa desprezível, ficando em repouso (figura 2). Cada metade apresenta-se deformada elasticamente de x_2.

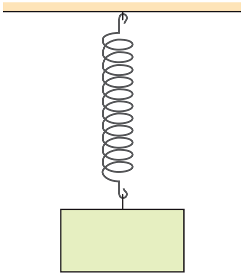


Figura 1

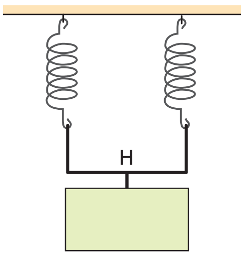


Figura 2

Determine:

a) a constante elástica K_2 do conjunto constituído pelas duas metades da mola, em função de K_1;

b) a deformação x_2, em função de x_1.

Resolução:

a) • Seja **F** a intensidade da força que causa na mola da figura 1 uma deformação x_1:

$$K_1 = \frac{F}{x_1}$$

Cada metade dessa mola também está sujeita a uma força de intensidade **F**, mas se deforma $x' = \frac{x_1}{2}$.

Assim, a constante elástica de cada metade é dada por:

$$K' = \frac{F}{x'} = \frac{F}{\frac{x_1}{2}} = 2K_1$$

• Na figura 2, as duas metades da mola estão associadas em paralelo. Então:

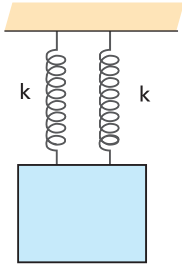
$$K_2 = 2K_1 + 2K_1 \Rightarrow \boxed{K_2 = 4\,K_1}$$

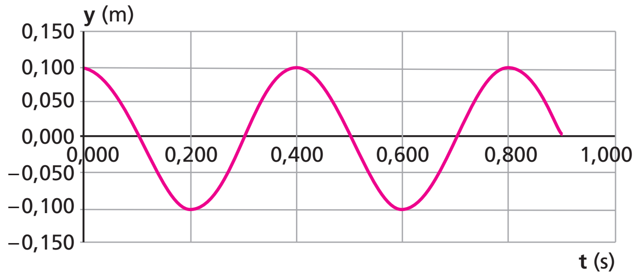
b) • Na figura1: $x_1 = \frac{F}{K_1}$

• Na figura 2: $x_2 = \frac{F}{K_2} = \frac{F}{4K_1} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{x_1}{4}}$

Respostas: a) $K_2 = 4\,K_1$; b) $x_2 = \frac{x_1}{4}$

37 (EEM-SP) O bloco mostrado no esquema tem massa 0,200 kg e, após ser deslocado da sua posição de equilíbrio e solto, executa um movimento harmônico simples (MHS). Nessa condição, o período de oscilação do sistema mola-massa é $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}}$, em que k_{eq} é a constante elástica equivalente da associação das molas e **m**, a massa do corpo. O gráfico descreve o deslocamento do corpo em função do tempo.





Despreze os efeitos de forças resistivas e determine a (g = 10 m/s²):

a) amplitude do movimento;

b) constante elástica equivalente da associação das molas;

c) deformação das molas na situação de equilíbrio.

Resolução:

a) Do gráfico: $\boxed{A = 0{,}100\ \text{m}}$

b) Do gráfico: $T = 0{,}400$ s

Então:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} \Rightarrow k_{eq} = \frac{4\pi^2\,m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}200}{0{,}400^2}$$

c) Temos:

$$\boxed{k_{eq} = 5\pi^2\ \text{N/m} \simeq 50\ \text{N/m}}$$

$F = k_{eq}\,x$, em que $F = P = 2{,}00$ N

$2{,}00 = 50\,x \Rightarrow \boxed{x = 0{,}040\ \text{m}}$

Respostas: a) 0,100 m; b) 50 N/m; c) 0,040 m.

38 (Unifei-MG) Uma partícula se move em um plano, de modo que suas coordenadas de posição **x** e **y** variam em função do tempo **t** conforme as expressões $x = R\,\text{sen}\,(\omega\,t)$ e $y = R\cos(\omega\,t) + R$, onde $\boldsymbol{\omega}$ e **R** são iguais a π rad/s e 5,0 m, respectivamente.

a) Esboce em seu caderno a trajetória da partícula posicionando-a em relação aos eixos Ox e Oy.

b) Calcule os módulos da velocidade e da aceleração da partícula numa posição genérica da trajetória.

c) Que tipo de movimento a partícula realiza e qual o período do movimento?

Resolução:

$\omega = \pi$ rad/s $R = 5{,}0$ m

a) $x = R\,\text{sen}\,(\omega\,t) \Rightarrow x^2 = R^2\,\text{sen}^2\,(\omega\,t)$

$$\text{sen}^2\,(\omega\,t) = \frac{x^2}{R^2} \qquad \text{(I)}$$

$y = R\cos(\omega\,t) + R \Rightarrow y - R = R\cos(\omega\,t)$

$(y - R)^2 = R^2\cos^2(\omega\,t)$

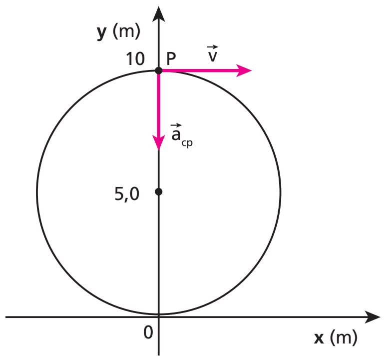
$$\cos^2(\omega\,t) = \frac{(y - R)^2}{R^2} \qquad \text{(II)}$$

Como $\text{sen}^2\,(\omega\,t) + \cos^2(\omega\,t) = 1$, temos, de (I) e (II):

$$\frac{(y - R)^2}{R^2} + \frac{x^2}{R^2} = 1 \Rightarrow (y - R)^2 + x^2 = R^2$$

$\boxed{(y - 5{,}0)^2 + x^2 = 25}$ (equação da trajetória, no SI)

Portanto, a trajetória da partícula é uma circunferência de 5,0 m de raio, com centro em x = 0 e y = 5,0 m.



b) A partícula realiza, tanto no eixo **x** quanto no eixo **y**, movimentos harmônicos simples de mesma amplitude **R** e mesma pulsação **ω**. Como esses movimentos podem ser associados a um MCU que os gera por projeção, concluímos que o movimento circular da partícula é **uniforme**.
Então, o módulo **v** da velocidade da partícula é igual em qualquer ponto da trajetória, podendo ser calculado, por exemplo, no ponto **P** indicado na figura anterior. Nesse ponto, $v_y = 0$ e $v = v_{x_{máx}}$:

$$v = \omega A = \omega R = \pi \cdot 5{,}0 \Rightarrow \boxed{v = 5{,}0\,\pi \text{ m/s}}$$

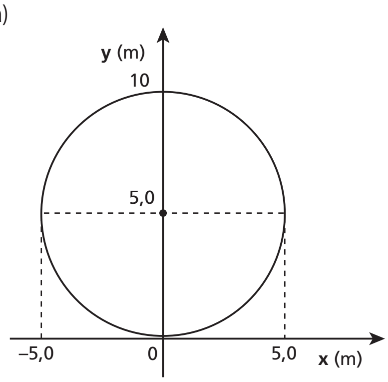
A aceleração da partícula, que é centrípeta, também tem o mesmo módulo $\left(\frac{v^2}{R} \text{ ou } \omega^2 R\right)$ em qualquer ponto da trajetória.
Assim, temos:

$$a_{cp} = \omega^2 R = \pi^2 \cdot 5{,}0 \Rightarrow \boxed{a_{cp} = 5{,}0\pi^2 \text{ m/s}^2}$$

c) A partícula realiza um movimento circular e uniforme, de período dado por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow \boxed{T = 2{,}0 \text{ s}}$$

Respostas: a)



b) 5,0 π m/s, 5,0π² m/s², respectivamente.
c) Movimento circular e uniforme, de período igual a 2,0 s

39 Num osciloscópio, elétrons executam movimentos que são composições de dois movimentos harmônicos simples em direções perpendiculares. Considerando que esses movimentos são descritos pelas equações x = A cos ω t e y = B sen ω t, determine a forma das trajetórias, supondo:

a) A = B; b) A ≠ B.

Resolução:

$$\left.\begin{aligned} x = A \cos \omega t &\Rightarrow \cos^2 \omega t = \frac{x^2}{A^2} \\ y = B \,\text{sen}\, \omega t &\Rightarrow \text{sen}^2 \omega t = \frac{y^2}{B^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

a) Se A = B $\Rightarrow x^2 + y^2 = A^2$ (equação de uma circunferência)

b) Se A ≠ B $\Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$ (equação de uma elipse)

Respostas: a) circunferência; b) elipse

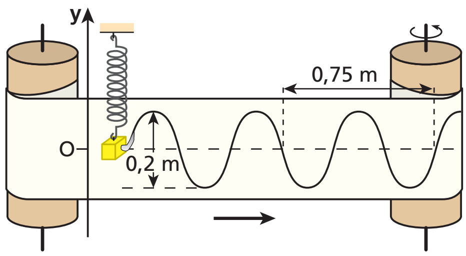
40 (ITA-SP) A equação x = 1,0 sen (2,0t) expressa a posição de uma partícula em unidades do Sistema Internacional. Qual seria a forma do gráfico **v** (velocidade) × **x** (posição) dessa partícula?

Resolução:
Num MHS:

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2) \Rightarrow \frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1 \Rightarrow \boxed{\text{elipse}}$$

Resposta: Elipse

41 Um corpo com 2 kg de massa oscila verticalmente em movimento harmônico simples, suspenso por uma mola helicoidal ideal. As posições ocupadas pelo corpo são registradas numa fita vertical de papel, por meio de um estilete preso ao corpo. A fita desloca-se horizontalmente com velocidade constante de 0,2 m/s.



Determine:
a) a frequência e a amplitude do movimento do corpo;
b) a constante elástica da mola, adotando π² = 10;
c) a equação horária do movimento do corpo, sabendo que no instante t = 0 a elongação é nula e o corpo está subindo.

Resolução:

a) $\boxed{A = 0{,}1 \text{ m}}$

Durante uma oscilação do corpo, a fita desloca-se 0,5 m:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 0{,}2 = \frac{0{,}5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = T = 2{,}5 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}5} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}4 \text{ Hz}}$$

b) $$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow 2{,}5 = 2\pi \sqrt{\frac{2}{K}} \Rightarrow \boxed{K = 12{,}8 \text{ N/m}}$$

c) $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad

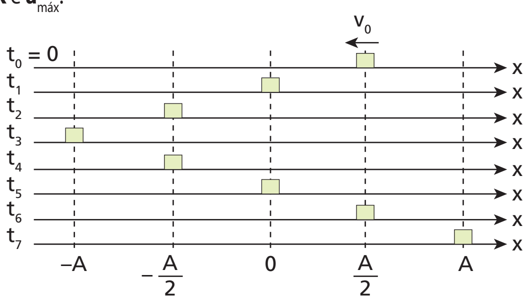
$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 0{,}4 \Rightarrow \omega = 0{,}8\pi$ rad/s

$y = A \cos (\omega t + \varphi_0)$

$$\boxed{y = 0{,}1 \cos\left(0{,}8\pi\, t + \frac{3\pi}{2}\right)} \text{ (SI)}$$

Respostas: a) 0,4 Hz e 0,1 m; b) 12,8 N/m;
c) $y = 0{,}1 \cos\left(0{,}8\pi\, t + \frac{3\,\pi}{2}\right)$ (SI)

42 (UFC-CE) Um corpo de massa **m** executa o movimento periódico mostrado na figura abaixo. A força que atua no sistema é da forma $F = -k\,x$. Com base nos dados fornecidos e na figura, é possível calcular algumas grandezas inerentes a esse tipo de movimento, tais como: **δ**, **v**, **ω**, **k** e $\mathbf{a}_{máx}$.



Dados: **δ** é a constante de fase;
ω é a frequência natural da oscilação;
v é a velocidade do corpo;
k é a constante elástica;
$\mathbf{a}_{máx}$ é a aceleração máxima.

Das grandezas calculadas e apresentadas abaixo, indique a alternativa correta.

a) $\delta = 0$

b) $v(t_5) = \frac{A}{2}\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)$

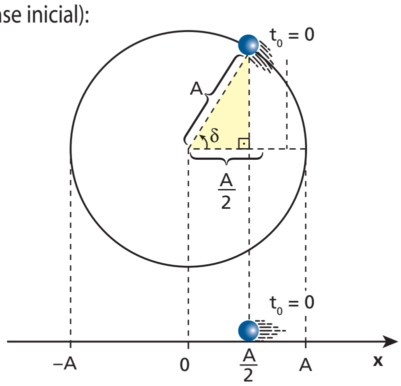
c) $\omega = \frac{2\pi}{t_7 - t_3}$

d) $k = m\,A\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2$

e) $a_{máx} = A\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2$

Resolução:

- Cálculo de **δ** (fase inicial):



Em $t_0 = 0$, a elongação é $x = \frac{A}{2}$ e está diminuindo.

No triângulo destacado:

$$\cos\delta = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{\pi}{3}\text{ rad}}$$

- Cálculo de ω:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Da figura, observamos que o corpo realiza **meia oscilação** (meio ciclo) no intervalo $\Delta t = t_7 - t_3$, que corresponde a meio período do MHS.

$$\Delta t = \frac{T}{2} = t_7 - t_3 \Rightarrow T = 2(t_7 - t_3)$$

$$\text{Logo: } \omega = \frac{2\pi}{2(t_7 - t_3)} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{t_7 - t_3}}$$

- Cálculo de **k**:

$$k = m\,\omega^2 \Rightarrow \boxed{k = m\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2}$$

- Cálculo de $v(t_5)$:

$$v(t_5) = v_{máx} = \omega\,A \Rightarrow \boxed{v(t_5) = \left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)A}$$

- Cálculo de $a_{máx}$:

$$a_{máx} = \omega^2\,A \Rightarrow \boxed{a_{máx} = \left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2 A}$$

Resposta: e

43 Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente em movimento harmônico simples, como representa a figura 1.

No instante t = 0, ele está passando pela sua posição de equilíbrio (y = 0). A velocidade escalar **v** desse bloco varia com o tempo **t**, conforme o gráfico apresentado na figura 2.

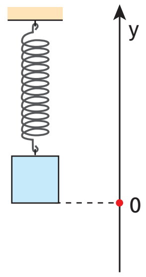


Figura 1

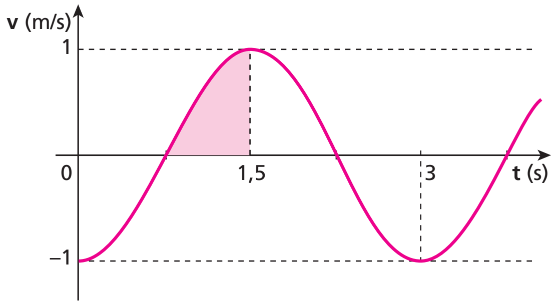


Figura 2

a) Determine a função horária da elongação, y = f(t), desse movimento.

b) Considerando π = 3, quanto vale a "área" destacada na figura 2?

Resolução:

a) $y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

- **Cálculo de ω e A:**

Do gráfico, temos:

$T = 3\text{ s}$ e $v_{máx} = 1\text{ m/s}$

Como $\omega = \frac{2\pi}{T}$: $\omega = \frac{2\pi}{3}$ rad/s

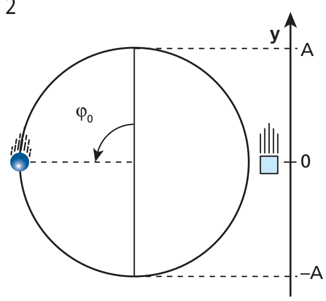
Como $v_{máx} = \omega\,A$: $1 = \frac{2\pi}{3}\,A \Rightarrow A = \frac{3}{2\pi}$ m

- **Determinação de φ_0:**

1ª) Em t = 0, temos:

$y = 0$ e $v < 0$ (bloco descendo)

Então: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad



2ª) $v = \overbrace{-\omega A}^{v_{máx}} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

Do gráfico, temos que $v = -1$ m/s em $t = 0$:

$-1 = -1 \operatorname{sen} \varphi_0 \Rightarrow \operatorname{sen} \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

Portanto: $\boxed{y = \frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)}$ (SI)

b) A "área" pedida corresponde ao deslocamento escalar Δy desde um ponto de inversão, do sentido do movimento ($v = 0$) até um ponto em que a velocidade escalar é máxima, ou seja, à amplitude **A**:

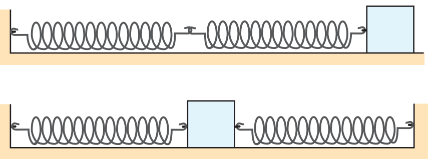
"área" $= A = \frac{3}{2\pi} = \frac{3}{2 \cdot 3} \Rightarrow$ $\boxed{\text{"área"} = 0{,}5 \text{ m}}$

Respostas: a) $y = \frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI); b) 0,5 m

44 Duas molas iguais e um mesmo bloco participam das duas montagens ilustradas nas figuras I e II:

Figura I

Figura II



Atritos e influências do ar são desprezados.

Se o bloco é afastado da posição de equilíbrio (molas relaxadas) e abandonado, ele oscila na figura I com período T_I e na figura II com período T_{II}. Determine $\frac{T_I}{T_{II}}$.

Resolução:

Na figura **I**, as molas estão associadas em série. Sendo **K** a constante elástica de cada mola, temos:

$$K_{eq} = \frac{K}{2}$$

$$T_I = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{K}}$$

A montagem da figura **II** equivale a uma associação de molas em paralelo, uma vez que o comportamento do sistema seria o mesmo se as molas estivessem do mesmo lado do bloco. Assim:

$$K_{eq} = 2K$$

$$T_{II} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2K}}$$

$$\frac{T_I}{T_{II}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{2m}{K}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{2K}}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_I}{T_{II}} = 2}$$

Resposta: 2

45 (ITA-SP) Dois pêndulos simples, respectivamente de massas m_1 e m_2 e comprimentos ℓ_1 e ℓ_2, são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Constata-se que a cada 4 ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições, pode-se afirmar que necessariamente:

a) o pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1.
b) o pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1.
c) $8\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.
d) $6\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.
e) $m_1 \ell_1 = 2m_2 \ell_2$.

Resolução:

Se, no intervalo de tempo em que o pêndulo de comprimento ℓ_1 realiza quatro oscilações, a situação inicial de ambos se repete, concluímos que nesse mesmo intervalo o pêndulo de comprimento ℓ_2 também realiza um número **inteiro** (n) de oscilações:

$$4T_1 = n\, T_2$$

$$4 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = n\; 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \Rightarrow 4\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = n \qquad \text{(I)}$$

Multiplicando a expressão **I**, membro a membro, por 2, obtemos:

$$8\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = 2n$$

Como **n** é inteiro, 2n também é, o que nos leva à alternativa correta.

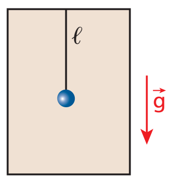
Note que $6\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ não é necessariamente inteiro. De fato, se a expressão **I** for multiplicada, membro a membro, por 1,5, obteremos:

$$6\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = 1{,}5\, n$$

Se **n** for ímpar, 1,5n não será um número inteiro.

Resposta: c

46 Um pêndulo simples de comprimento $\boldsymbol{\ell}$ é preso ao teto de um elevador, como mostra a figura.



Sendo **g** o módulo do campo gravitacional no local, analise as afirmações a seguir:

I. Se o elevador permanecer em repouso ou mover-se em movimento retilíneo e uniforme, o período de oscilação do pêndulo será $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

II. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para cima, o período de oscilação do pêndulo será $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g + a}}$.

III. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para baixo ($a < g$), o período de oscilação será $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g - a}}$.

IV. Se o elevador estiver em queda livre, o pêndulo não oscilará.

É (são) correta(s):

a) todas.
b) apenas II e III.
c) apenas IV.
d) apenas I.
e) apenas I, II e III.

Resolução:

O período de oscilação do pêndulo é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_{ap}}}$$

em que g_{ap} é o módulo da aceleração da gravidade aparente (em relação ao elevador).

I) Correta.
Quando o elevador não apresenta aceleração em relação à Terra, temos $g_{ap} = g$.
II) Correta.
Nesse caso, $g_{ap} = g + a$.
III) Correta.
Nesse caso, $g_{ap} = g - a$.
IV) Correta.
Nesse caso, $g_{ap} = 0$ e o pêndulo não oscila.

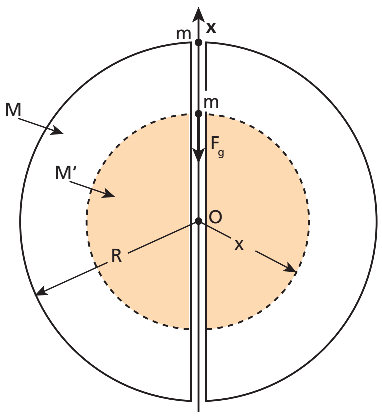
Resposta: a

47 Considere a Terra uma esfera homogênea de raio **R** e massa **M**. Suponha que um pequeno corpo de massa **m** seja abandonado a partir do repouso em uma das bocas de um túnel que atravessa totalmente o planeta, cavado ao longo de seu eixo de rotação.

a) Mostre que, se não houvesse qualquer dissipação de energia mecânica, o corpo abandonado realizaria um movimento harmônico simples.
b) Calcule o período desse movimento. Para isso, use: $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m; $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg; $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N m²kg⁻² e $\pi = 3{,}14$.
c) Mostre que o período obtido no item **b** é igual ao período do movimento do corpo de massa **m** em órbita circular rasante em torno da Terra (evidentemente, na ausência de atmosfera).

Resolução:

a)



$$F_g = \frac{G\,M'\,m}{x^2}$$

Sendo **μ** a densidade da Terra, temos:

$$F_g = \frac{G\,\mu\,\frac{4}{3}\pi\,x^3\,m}{x^2} = G\,\mu\,\frac{4}{3}\pi\,m\,x$$

$$F_g = G\,\frac{M}{\frac{4}{3}\pi\,R^3}\,\frac{4}{3}\pi\,m\,x$$

$$F_g = -\underbrace{\frac{G\,M\,m}{R^3}}_{K}\,x \quad \text{(valor relativo ao eixo Ox)}$$

$$F_g = -K\,x$$

Portanto, o movimento do corpo é harmônico simples.

b) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{G\,M\,m}{R^3}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G\,M}}$$

$$T = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{\frac{(6{,}4 \cdot 10^6)^3}{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T \simeq 85 \text{ min}}$$

c) $$m\,\omega^2\,R = \frac{G\,M\,m}{R^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G\,M}{R^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G\,M}}}$$

Respostas: a) Ver demonstração; b) 85 min, aproximadamente; c) Ver demonstração

48 (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear **α**, foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar 1 s exato ao pé de uma torre de altura **h**. Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se um certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando **R** o raio da Terra, **L** o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:

a) $\dfrac{2h}{\alpha R}$

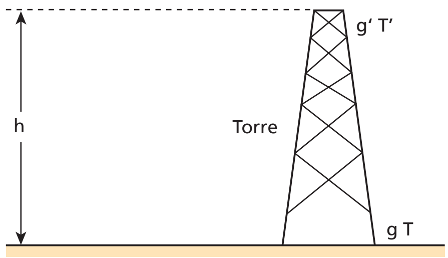
b) $\dfrac{h(2R + h)}{\alpha R^2}$

c) $\dfrac{(R + h)^2 - LR}{\alpha LR}$

d) $\dfrac{R(2h + R)}{\alpha (R + h)^2}$

e) $\dfrac{2R + h}{\alpha R}$

Resolução:



$$\left.\begin{aligned} g &= \frac{G\,M}{R^2} \\ g' &= \frac{G\,M}{(R + h)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow g' = g\,\frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \text{(no pé da torre)}$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g\,\frac{R^2}{(R + h)^2}}} \qquad \text{(no alto da torre)}$$

Para que o período também seja T′ no pé da torre, devemos aumentar o comprimento do pêndulo por meio da dilatação térmica, elevando sua temperatura a um valor **θ**:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L\,(1 + \alpha\theta)}{g}}$$

Igualando as duas expressões de T′, temos:

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{g\,\frac{R^2}{(R + h)^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\,(1 + \alpha\theta)}{g}}$$

$$\frac{(R + h)^2}{R^2} = 1 + \alpha\theta \Rightarrow \alpha\theta = \frac{(R + h)^2}{R^2} - 1$$

$$\alpha\theta = \frac{R^2 + 2Rh + h^2 - R^2}{R^2} = \frac{h(2R + h)}{R^2}$$

$$\theta = \frac{h(2R + h)}{\alpha R^2}$$

Resposta: b

49 (Unicamp-SP) Um relógio de pêndulo marca o tempo corretamente quando funciona à temperatura de 20 °C. Quando este relógio se encontra a uma temperatura de 30 °C, seu período aumenta devido à dilatação da haste do pêndulo.

a) Ao final de 24 horas operando a 30 °C, o relógio atrasa 8,64 s. Determine a relação entre os períodos τ_{30} a 30 °C e τ_{20} a 20 °C, isto é, $\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}}$.

b) Determine o coeficiente de expansão térmica linear do material do qual é feita a haste do pêndulo. Use a aproximação: $(1{,}0001)^2 = 1{,}0002$.

Resolução:

a) Para registrar (correta ou incorretamente) 24 horas, ou seja, para o ponteiro das horas completar duas voltas, o pêndulo tem de realizar um **mesmo** número **n** de oscilações:

A **20 °C**:

$$n \ \tau_{20} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s} \qquad \text{(I)}$$

A **30 °C**:

$$n \ \tau_{30} = 24 \text{ h} + 8{,}64 \text{ s} = 86\,408{,}64 \text{ s} \qquad \text{(II)}$$

Dividindo (II) por (I), obtemos:

$$\boxed{\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}} = 1{,}0001}$$

b)

$$\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_0}{g}}} = 1{,}0001$$

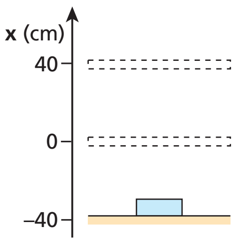
$$\frac{\ell}{\ell_0} = 1{,}0002$$

$$\ell = \ell_0 \ 1{,}0002 = \ell_0 (1 + \alpha \ 10)$$

$$\boxed{\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ °C}^{-1}}$$

Respostas: a) 1,0001; b) $2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}

50 Um bloco está apoiado em uma plataforma horizontal inicialmente em repouso na posição indicada na figura abaixo.



A plataforma passa a oscilar verticalmente em movimento harmônico simples de amplitude 40 cm e período 1 s. Determine a elongação em que o bloco perde contato com a plataforma, adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\pi^2 = 10$.

Resolução:

O bloco perde contato com a plataforma quando a força de reação normal da plataforma sobre o bloco ($\vec{F}_n$) se anula. Nessa situação, a única força atuante no bloco é o seu peso, razão pela qual a aceleração tem módulo $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\alpha = -\omega^2 x \qquad \text{(I)}$$

$$\alpha = -10 \text{ m/s}^2$$

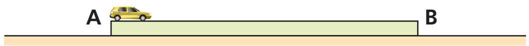
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

Em (I):

$$-10 = -40x \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ m} \Rightarrow \boxed{x = 25 \text{ cm}}$$

Resposta: 25 cm

51 Uma prancha de massa **M** está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal. Na extremidade **A** dessa prancha, encontra-se, também em repouso, um automóvel de massa **m**, assimilável a um ponto material.



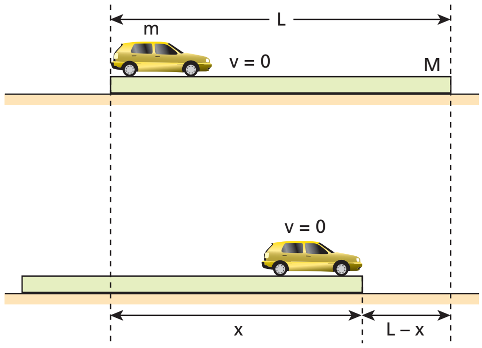
A partir de certo instante, o automóvel passa a realizar um movimento harmônico simples em relação à superfície horizontal, indo da extremidade **A** à extremidade **B** e, em marcha a ré, da extremidade **B** à extremidade **A**. Considere **L** o comprimento da prancha, **μ** o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a prancha e **g** a intensidade do campo gravitacional. Despreze o atrito entre a prancha e a superfície em que se apoia. Nessas condições, determine:

a) a amplitude do movimento do automóvel em relação à superfície horizontal;

b) a máxima frequência que o movimento do automóvel pode ter.

Resolução:

a)



Da conservação da quantidade de movimento do sistema carro-prancha, temos, em módulo:

$$m \, v_{m_{carro}} = M \, v_{m_{prancha}}$$

$$m \frac{x}{\Delta t} = M \frac{L - x}{\Delta t} \Rightarrow x = \frac{M L}{M + m}$$

A amplitude **A** é igual a $\frac{x}{2}$. Então:

$$\boxed{A = \frac{M L}{2 (M + m)}}$$

b) A máxima intensidade da força no carro em MHS não pode exceder a intensidade da força de atrito de destaque:

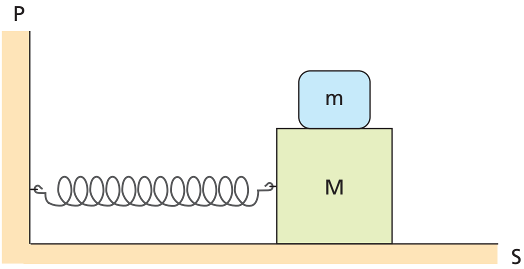
$$m \, \omega^2 A \leqslant \mu \, m \, g \Rightarrow 4\pi^2 f^2 A \leqslant \mu \, g$$

$$f_{máx} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu g}{A}}$$

$$\boxed{f_{máx} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2 \mu g (M + m)}{M L}}}$$

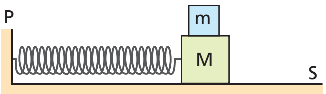
Respostas: a) $\frac{M L}{2 (M + m)}$; b) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2 \mu g (M + m)}{M L}}$

52 A figura a seguir representa uma mola ideal de constante elástica **k**, presa em uma parede **P** e em um bloco de massa **M** em repouso, numa superfície plana e horizontal **S**. Sobre esse bloco, repousa um outro, de massa **m**.
Existe atrito entre os blocos, mas se supõe a ausência de atrito na superfície **S**. Além disso, as influências do ar são desprezadas.
Afastando o bloco de massa **M** da posição de equilíbrio e liberando o sistema, ele passa a oscilar com amplitude **A**.



Determine, sendo **g** a intensidade do campo gravitacional:
a) o período de oscilação do sistema (**T**), supondo que um bloco não se mova em relação ao outro;
b) a expressão do coeficiente de atrito estático (**μ**) entre os blocos para garantir que um deles não se mova em relação ao outro.

Resolução:



a) O período de um oscilador massa-mola ideal é:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}}$$

b) A máxima aceleração dos blocos é dada por:

$$a_{máx} = \omega^2 A = \frac{4\pi^2}{T^2} A = \frac{4\pi^2 A}{4\pi^2 \frac{M+m}{k}} = \frac{kA}{M+m}$$

Para poder ter essa aceleração, o bloco de massa **m** precisa de uma força resultante $\vec{F}$, que é a força de atrito estático que ele recebe do bloco no qual está apoiado:

$$F = m\,a_{máx} = \frac{m\,k\,A}{M+m}$$

$$F_{at_e} \leqslant \mu F_n \Rightarrow F_{at_e} \leqslant \mu\,m\,g$$

Como $F = F_{at_e}$:

$$\frac{m\,k\,A}{M+m} \leqslant \mu\,m\,g \Rightarrow \boxed{\mu \geqslant \frac{kA}{(M+m)g}}$$

Respostas: a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$; b) $\mu \geqslant \frac{kA}{(M+m)g}$

53 Na situação esquematizada na figura, as molas **A** e **B** têm massas desprezíveis e constantes elásticas $k = 16\,\pi^2$ N/m. Um pequeno bloco rígido de massa igual a 4,0 kg é comprimido contra o aparador da mola **A**, que sofre uma deformação de 50 cm. Esse bloco é abandonado do repouso, passando a oscilar em trajetória retilínea sobre o plano horizontal. Em cada vaivém, ele realiza duas colisões contra os aparadores das molas, o que não acarreta nenhuma dissipação de energia mecânica.

Supondo-se que a distância entre os aparadores na situação de relaxamento das molas é $d = \pi$ m e admitindo-se positivo o sentido da esquerda para a direita, pede-se, desprezando atritos e influências do ar:
a) calcular a máxima velocidade escalar atingida pelo bloco;
b) determinar o período de suas oscilações;
c) traçar, em uma folha à parte, o gráfico da velocidade escalar do bloco em função do tempo, abrangendo, pelo menos, um ciclo das oscilações.

Resolução:

a) A energia potencial elástica armazenada inicialmente na mola **A** é igual à energia cinética do bloco no momento em que a abandona:

$$E_c = E_{p_{e_A}} \Rightarrow \frac{m\,v^2}{2} = \frac{k\,x^2}{2}$$

$$4{,}0v^2 = 16\pi^2\,(0{,}50)^2 \Rightarrow \boxed{v = \pi \text{ m/s}}$$

b) O intervalo de tempo que o bloco passa em contato com as molas em cada ciclo é Δt_1 dado por:

$$\Delta t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \Delta t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{4{,}0}{16\pi^2}}$$

$$\boxed{\Delta t_1 = 1{,}0 \text{ s}}$$

O intervalo de tempo que o bloco passa em movimento retilíneo e uniforme entre duas colisões sucessivas é Δt_2, dado por:

$$v = \frac{2d}{\Delta t_2} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{\Delta t_2}$$

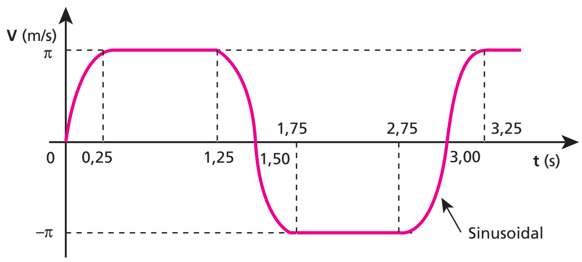
$$\boxed{\Delta t_2 = 2{,}0 \text{ s}}$$

Então, o período **T** de oscilação do bloco é dado por:

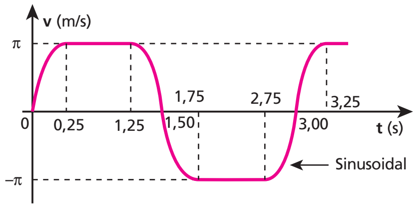
$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow T = 1{,}0 + 2{,}0$$

$$\boxed{T = 3{,}0 \text{ s}}$$

c)



Respostas: a) π m/s
b) 3,0 s
c)



54 (Olimpíada Brasileira de Física) Um antigo relógio tipo carrilhão é acionado pelas oscilações de um pêndulo de aço (coeficiente de dilatação linear igual a $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$) que, no inverno, realiza uma oscilação completa em 1,0 s. Sabendo-se que no verão esse relógio passa a atrasar o equivalente a 2,0 min por mês, determine a diferença entre as temperaturas médias no verão e no inverno.

Resolução:
No inverno, o período das oscilações do pêndulo é $T_i = 1{,}0$ s.
No verão, o relógio passa a atrasar porque o período aumenta, passando a valer $T_v = T_i + x$. Assim, em cada oscilação, o relógio registra a passagem de 1,0 s, quando, na realidade, passou 1,0 s + x.
Vamos calcular **x**, que é o atraso ocorrido em cada segundo real:

- $1 \text{ mês} = 30 \cdot 24 \cdot 3\,600 \text{ s} \ \dots\ 2{,}0 \text{ min} = 120 \text{ s}$

$$1{,}0 \text{ s} \ \dots\ x$$

$$x = \frac{120}{30 \cdot 24 \cdot 3600} \Rightarrow \boxed{x \simeq 4{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ s}}$$

- $T_v - T_i = x \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell_v}{g}} - 2\pi\sqrt{\frac{\ell_i}{g}} = x$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell_i(1+\alpha\Delta\theta)}{g}} - 2\pi\sqrt{\frac{\ell_i}{g}} = x$$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell_i}{g}}\left(\sqrt{1+\alpha\Delta\theta} - 1\right) = x$$

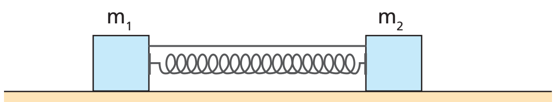
$$1{,}0\left(\sqrt{1+1{,}0 \cdot 10^{-5}\,\Delta\theta} - 1\right) = 4{,}6 \cdot 10^{-5}$$

$$\sqrt{1+1{,}0 \cdot 10^{-5}\,\Delta\theta} = 1{,}000046$$

$$\boxed{\Delta\theta \simeq 9{,}2\ °C}$$

Resposta: 9,2 °C

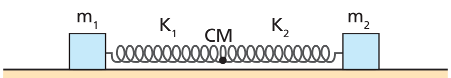
55 Dois blocos de massas m_1 e m_2, assimiláveis a pontos materiais, repousam em uma superfície plana e horizontal, presos a uma mola ideal de constante elástica **K**. A mola está comprimida e os blocos não se movem, porque um barbante está preso neles.



Queimando o barbante, o sistema passa a oscilar. Suponha desprezíveis o atrito e a resistência do ar.

a) Durante as oscilações, um ponto da mola permanece em repouso. Usando apenas argumentos conceituais, diga onde esse ponto se encontra.
b) Determine o período das oscilações do sistema.

Resolução:
a) A quantidade de movimento do sistema é **constante** e **nula**. Portanto, o centro de massa desse sistema encontra-se em repouso:



Tudo se passa como se os blocos de massas m_1 e m_2 oscilassem em molas distintas, de constantes elásticas K_1 e K_2, respectivamente, com extremidades fixas em um ponto correspondente ao centro de massa do sistema.

b) • Os períodos das oscilações dos blocos são iguais:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K_1}} \\ T_2 &= 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K_2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{m_1}{K_1} = \frac{m_2}{K_2} \Rightarrow K_2 = \frac{m_2 K_1}{m_1} \quad \text{(I)}$$

- As partes da mola, de constantes elásticas K_1 e K_2, podem ser tratadas como duas molas em série, com constante elástica equivalente igual a **K** ($K_{eq} = K$):

$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \Rightarrow K(K_1 + K_2) = K_1 K_2 \quad \text{(II)}$$

- Substituindo (I) em (II), vem:

$$K\left(K_1 + \frac{m_2 K_1}{m_1}\right) = K_1 K_2 \Rightarrow K\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) = K_2$$

$$K_2 = K\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) \quad \text{(III)}$$

- Determine T_2, por exemplo:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K_2}} \quad \text{(IV)}$$

- Substituindo (III) em (IV), temos:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 = T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1\ m_2}{K(m_1 + m_2)}}}$$

Respostas: a) No centro de massa do sistema; b) $2\pi\sqrt{\frac{m_1\ m_2}{K(m_1 + m_2)}}$

56 Um cilindro de densidade ρ_C é mantido em repouso na posição indicada na figura 1. Sob o cilindro, encontra-se uma cuba contendo um líquido de densidade ρ_L.

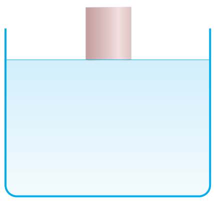


Figura 1

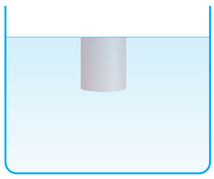
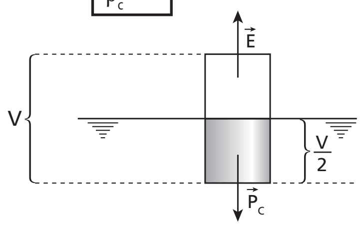


Figura 2

Desprezando-se a resistência do ar e a do líquido, o cilindro, ao ser abandonado, passa a realizar um movimento harmônico simples vertical.
Determine a razão ρ_L/ρ_C para que as posições de inversão do movimento sejam as representadas nas figuras 1 e 2.

Resolução:
Como acontece em todo MHS, a posição de equilíbrio está no ponto médio da trajetória:

$$E = P_c \Rightarrow \rho_L \frac{V}{2} g = \rho_c V g \Rightarrow \boxed{\frac{\rho_L}{\rho_c} = 2}$$



Resposta: 2